

TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHIỆP HÀ NỘI
LẠI ĐỨC HÙNG

BÀI GIẢNG
MÔ HÌNH TOÁN KINH TẾ
mathematical economics model

(LƯU HÀNH NỘI BỘ)

HÀ NỘI, NĂM 2017

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Nguyễn Quang Dong – Ngô Văn Thứ - Hoàng Đình Tuấn, Mô hình toán kinh tế, Đại học Kinh tế quốc dân, Nhà xuất bản Thống kê, 2006.
- [2] Nguyễn Quang Dong, Kinh tế lượng, Đại học Kinh tế quốc dân, Nhà xuất bản Giao thông Vận tải, 2008.
- [3] Lê Quốc Phương, Đặng Huyền Linh, Tình hình xây dựng và ứng dụng mô hình kinh tế tại một số cơ quan, tổ chức ở Việt nam, Ban Phân tích và Dự báo Vĩ mô (Trung tâm Thông tin Dự báo Kinh tế - Xã hội quốc gia)
- [4] Nguyễn Quảng, Nguyễn Thượng Thái, Toán kinh tế, Học viện Công nghệ bưu chính viễn thông, 2007.
- [5] Nguyễn Hải Thanh, Các phương pháp Toán kinh tế, Đại học Nông nghiệp Hà Nội, 2008.
- [6] Lê Đình Thúy (Chủ biên), Toán cao cấp cho các nhà kinh tế, Nhà xuất bản Đại học Kinh tế quốc dân, 2012.
- [7] Bùi Trinh, Bảng vào ra, Nhà xuất bản Thống kê, 2006.
- [8] Tổng cục Thống kê, Bảng cân đối liên ngành của Việt Nam năm 1989, 2007, 2012 Nhà xuất bản thống kê, 2010.
- [9] Alpha C. Chiang – Kevin Wainwright, Fundamental methods of mathematical economics, Springer, 2006.
- Trần Nam Bình – Viện Đại học New South Wales, Úc
- Thế giới là một thị trường lớn, con người nếu không phải là kẻ mua thì là người bán.**

MỤC LỤC

Trang

TÀI LIỆU THAM KHẢO	2
---------------------------------	---

LỜI NÓI ĐẦU	4
--------------------------	---

Chương 1. QUY HOẠCH TUYẾN TÍNH

§1. Bài toán lập kế hoạch sản xuất	6
Bài tập	10
§2. Bài toán quy hoạch tuyến tính	11
Bài tập	20
§3. Giải bài toán quy hoạch tuyến tính bằng phương pháp đơn hình ...	21
Bài tập	31
§4. Phương pháp tìm phương án cực biên xuất phát	32
Bài tập	37

Chương 2. BẢNG VÀO RA (Input – Output table)

§1. Các khái niệm của bảng vào ra	41
Bài tập	51
§2. Cấu trúc cơ bản của bảng vào ra	52
Bài tập	58
§3. Một số ứng dụng của bảng vào ra	61
Bài tập	73

Chương 3. MÔ HÌNH TOÁN KINH TẾ

§1. Các khái niệm cơ bản về mô hình toán kinh tế	79
Bài tập	105
§2. Một số mô hình tối ưu cơ bản	107
Bài tập	120
§3. Một số mô hình toán kinh tế	122
Bài tập	141

LỜI NÓI ĐẦU

Trong một thế giới toàn cầu hóa các đối tượng vận động trong kinh tế xã hội rất đa dạng và phức tạp. Việt Nam trong thời gian qua và sắp đến hội nhập vào các khối và các tổ chức kinh tế khu vực cũng như toàn cầu: WTO, ASEM, APEC, FTA, Cộng đồng kinh tế ASEAN 2015, TPP... Tuy nhiên để việc hội nhập như thế nào để có hiệu quả về kinh tế xã hội là một câu hỏi rất khó có câu trả lời?

Kinh tế học là môn khoa học xã hội, khoa học về con người. Đối tượng nghiên cứu rất phức tạp: “Con người là tổng hòa các mối quan hệ xã hội”. Toán học là môn khoa học cơ bản, một công cụ hết sức hiệu quả giúp cho việc xây dựng, phân tích và giải quyết các vấn đề kinh tế một cách chặt chẽ và hợp lí, mang lại các lợi ích thiết thực.

Toán kinh tế là môn khoa học nhằm vận dụng toán học trong xây dựng , phân tích các mô hình kinh tế để từ đó hiểu rõ hơn các nguyên tắc và các quy luật kinh tế của nền kinh tế thị trường. Toán kinh tế cung cấp cho các Nhà Quản lý các kiến thức để họ có thể vận dụng vào việc ra các quyết định sản xuất.

Giải Nobel kinh tế năm 2012 được trao cho Lloyd S. Shapley là nhà toán học và Alvin E. Roth nhà kinh tế học vì các nghiên cứu của hai ông trong lĩnh vực lý thuyết “ghép đôi” và các phát minh về thiết kế thị trường có khả năng ứng dụng rộng rãi trên khắp thế giới.

Trên tinh thần đó, cuốn “**Bài giảng mô hình toán kinh tế**” được biên soạn theo chương trình môn học Mô hình toán kinh tế dành cho sinh viên khối ngành quản lý và kinh doanh với thời lượng 45 tiết của trường Đại học Công nghiệp Hà Nội. Trong cuốn sách này, dùng kiến thức cơ bản của Toán học để người đọc hiểu được các cấu trúc và biết cách phân tích các Mô hình kinh tế đã được áp dụng với kinh tế học vĩ mô hiện đại, mong muốn làm cho các đối tượng vận động trong kinh tế đơn giản hơn. Cuốn sách gồm có ba chương :

Chương 1 Trình bày những nội dung cơ bản về mô hình tối ưu tuyến tính trong sản xuất và kinh doanh. Cụ thể là các khái niệm, tích chất cơ bản và phương pháp đơn hình để giải bài toán quy hoạch tuyến tính.

Chương 2 Trình bày cấu trúc, các khái niệm của mô hình vào ra. Thông qua mô hình vào ra người đọc có thể hiểu về bức tranh kinh tế của một quốc gia và xây dựng được các bảng vào ra đơn giản cho một số ngành kinh tế.

Chương 3 Trình bày về mô hình toán kinh tế. Cấu trúc, các khái niệm, cách phân tích một mô hình toán kinh tế. Trong đó có đưa ra một số mô hình toán kinh tế : mô hình tối ưu, mô hình cân đối liên ngành, mô hình kinh tế cân bằng, mô hình kinh tế tĩnh,...

Để học tốt môn Mô hình toán kinh tế, người học cần các kiến thức cơ bản về toán cao cấp, kinh tế học, như là: Đại số tuyến tính (Ma trận, định thức, giải hệ phương trình tuyến tính, không gian véc tơ), giải tích (Đạo hàm, vi phân của hàm số một biến và nhiều biến, phương trình vi phân, phương trình sai phân), kinh tế vi mô, kinh tế vĩ mô. Ngoài ra để tính toán nhanh các mô hình toán kinh tế thì người đọc cần phải có kỹ năng sử dụng máy tính.

Trong lần xuất bản này, tác giả hy vọng cuốn sách sẽ có ý nghĩa thiết thực đối với sinh viên khối ngành quản lý và kinh doanh. Tác giả đã nhận được nhiều ý kiến đóng góp quý báu của các bạn đồng nghiệp ở các khoa : Kiểm toán – kế toán, Quản lý và kinh doanh, Khoa học cơ bản của Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội. Tác giả xin gửi lời cảm ơn chân thành tới các bạn bởi sự đóng góp đó.

Tuy nhiên vẫn còn rất nhiều vấn đề trong cuốn sách này cần phải tiếp tục thảo luận. Tác giả rất mong tiếp tục nhận được những ý kiến đóng góp từ phía các bạn đồng nghiệp và đông đảo bạn đọc để cuốn sách được hoàn thiện hơn.

Mọi ý kiến đóng góp xin gửi về hòm thư : hungminh0102@gmail.com

Xin chân thành cảm ơn!

Hà nội, tháng 04 năm 2017

TÁC GIẢ

CHƯƠNG I. QUY HOẠCH TUYẾN TÍNH

MỤC TIÊU CHƯƠNG I. Giải bài toán quy hoạch tuyến tính sau:

Tìm vectơ $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$ sao cho hàm số:

$$z = f(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_jx_j + \dots + c_nx_n = \sum_{j=1}^n c_jx_j \rightarrow \min(\max) \quad (1.1)$$

$$\text{thỏa mãn các điều kiện: } \begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j & (\geq, \leq, =) & b_i & ; i = \overline{1, m} \end{cases} \quad (1.2)$$

$$\begin{cases} x_j & (\geq, \leq, =) & 0 & ; j = \overline{1, n} \end{cases} \quad (1.3)$$

§1. BÀI TOÁN LẬP KẾ HOẠCH SẢN XUẤT

Trong những ngày tháng 8 năm 2015 đã có nhiều biến động về thị trường tài chính. Từ khi Ngân hàng Trung Quốc phá giá đồng Nhân dân tệ 4,6%, dẫn tới đồng tiền của các nước trong khu vực và trên thế giới cũng phải làm theo. Tại sao lại có phản ứng dây chuyền như vậy? Với tình hình kinh tế biến động như thế, thì chính sách tiền tệ, tài khóa và các doanh nghiệp phải hành động như thế nào? Để kinh tế không vào vòng suy thoái.

Song hành cùng chính sách điều hành vĩ mô của các chính phủ thì mọi doanh nghiệp muốn sản xuất-kinh doanh n sản phẩm tốt nhất để cung ứng ra thị trường với các điều kiện ràng buộc: lượng nguyên liệu b , nhân công x , nhà xưởng y , công nghệ z , thuế k ...hiện có. Hãy lập kế hoạch (mô hình) sản xuất-kinh doanh mỗi loại trong n sản phẩm là bao nhiêu sao cho tổng doanh thu từ việc bán các sản phẩm lớn nhất- max (hoặc tổng chi phí: $b, x, y, z, k, \dots$ nhỏ nhất-min). Đó là **bài toán tối ưu trong sản xuất-kinh doanh** mà mọi doanh nghiệp cần phải thiết lập trước khi tham gia vào thị trường.

Ví dụ 1.1. Một nông dân có b_1 sào đất để trồng hoa và lúa. Ông ta dự định mua hai loại giống trên là b_2 VNĐ, số tiền phân bón là b_3 VNĐ. Hãy lập kế hoạch sản xuất sao cho tổng tiền thu được lớn nhất từ việc bán các sản phẩm (hoặc sản xuất sao cho tổng tiền chi phí là nhỏ nhất).

Mô hình: Gọi x_1 là số sào trồng hoa thu hoạch quy ra tiền là c_1 , x_2 là số sào trồng lúa thu hoạch quy ra tiền là c_2 .

Tìm x_1, x_2 để $z = c_1x_1 + c_2x_2$ đạt max

$$\text{Thỏa mãn các điều kiện ràng buộc: } \begin{cases} x_1 + x_2 \leq b_1 \\ ex_1 + fx_2 \leq b_2 \\ gx_1 + hx_2 \leq b_3 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}.$$

Ví dụ 1.2. Một doanh nghiệp hiện có 3 loại nguyên liệu $b_1 = 8, b_2 = 8, b_3 = 4$ (tạ) muốn sản xuất 2 sản phẩm x_i với $c_1 = 4, c_2 = 3$ (triệu đồng) là giá bán một đơn vị sản phẩm loại $j, j = \overline{1, 2}$. Mỗi sản phẩm phải dùng số lượng nguyên liệu được cho như trong bảng sau:

Sản phẩm Nguyên liệu	x_1	x_2	Nguyên liệu hiện có b_i
1	2	0	8
2	0	1	8
3	1	0	4
Tiền bán được từ SP x_i	4	3	

Với các điều kiện khác (thuế, nhà xưởng, công nghệ, nhân công) ổn định. Hãy lập kế hoạch (mô hình) sản xuất mỗi loại sản phẩm là bao nhiêu sao cho tổng doanh thu từ việc bán các sản phẩm lớn nhất trong điều kiện nguyên liệu hiện có.

Mô hình: Gọi số lượng loại sản phẩm thứ nhất thứ hai theo thứ tự là x_1, x_2

Doanh thu từ việc bán các sản phẩm là: $z = 4x_1 + 3x_2$

Tìm x_1, x_2 để $z = 4x_1 + 3x_2$ đạt giá trị lớn nhất với các điều kiện:

Lượng nguyên liệu thứ nhất dùng để sản xuất sản phẩm thứ nhất x_1 là $2x_1$

Lượng nguyên liệu thứ hai dùng để sản xuất sản phẩm thứ hai x_2 là $1.x_2$.

Tìm $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ để $f(x_1, x_2) = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$

$$\text{Thỏa mãn các điều kiện ràng buộc: } \begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 8 \\ 0x_1 + x_2 \leq 8 \\ x_1 + 0x_2 \leq 4 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}.$$

Ví dụ 1.3. Một doanh nghiệp hiện có m nguyên liệu $b_i (i = \overline{1, m})$ người ta muốn sản xuất n sản phẩm, $c_j (j = \overline{1, n})$ là số tiền thu được từ việc bán một đơn vị sản phẩm loại j . Mỗi sản phẩm phải dùng hết a_{ij} đơn vị nguyên liệu, được cho như trong bảng sau:

Sản phẩm Nguyên liệu	x_1	x_2	$\dots$	x_j	$\dots$	x_n	Ng.liệu hiện có
1	a_{11}	a_{12}	$\dots$	a_{1j}	$\dots$	a_{1n}	b_1
2	a_{21}	a_{22}	$\dots$	a_{2j}	$\dots$	a_{2n}	b_2
$\dots$							
m	a_{m1}	a_{m2}	$\dots$	a_{mj}	$\dots$	a_{mn}	b_m
Tiền lãi	c_1	c_2	$\dots$	c_j	$\dots$	c_n	

Hãy lập kế hoạch (mô hình) sản xuất mỗi loại sản phẩm là bao nhiêu sao cho tổng số tiền thu được từ việc bán các sản phẩm lớn nhất (hoặc chi phí là nhỏ nhất) trong điều kiện nguyên liệu hiện có.

Mô hình: Gọi $x_j \geq 0$, ($j = \overline{1, n}$) là số lượng sản phẩm thứ j sẽ sản xuất, c_j ; $j = \overline{1, n}$ là số tiền thu được từ việc bán một đơn vị sản phẩm loại j . Tổng số tiền thu được từ việc bán các sản phẩm là:

$$z = f(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_jx_j + \dots + c_nx_n = \sum_{j=1}^n c_jx_j.$$

Vì yêu cầu tiền thu được từ việc bán các sản phẩm lớn nhất nên ta có:

$$z = f(x) = \sum_{j=1}^n c_jx_j \rightarrow \max.$$

Lượng nguyên liệu thứ i dùng để sản xuất sản phẩm thứ nhất x_1 là $a_{i1}x_1$.

Lượng nguyên liệu thứ i dùng để sản xuất sản phẩm thứ hai x_2 là $a_{i2}x_2$.

.....

Lượng nguyên liệu thứ i dùng để sản xuất sản phẩm thứ n x_n là $a_{in}x_n$.

Vậy lượng nguyên liệu thứ $i; i = \overline{1, m}$ dùng để sản xuất các sản phẩm là:

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n.$$

Vì lượng nguyên liệu thứ $i; i = \overline{1, m}$ dùng để sản xuất các sản phẩm $x_j \geq 0$ không vượt quá lượng nguyên liệu hiện có $b_i; i = \overline{1, m}$ nên:

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \leq b_i.$$

Tóm tắt mô hình như sau:

Tìm $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$.

Đề $z = f(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_jx_j + \dots + c_nx_n = \sum_{j=1}^n c_jx_j \rightarrow \max$

Thỏa mãn các điều kiện ràng buộc:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2 \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m \\ x_j \geq 0, j = 1 \dots n \end{cases}.$$

Bài tập thảo luận 1.1: Theo Tổng cục thống kê (GSO), năm 2014 Việt Nam xuất khẩu gạo đạt gần 6,38 triệu tấn (trị giá 2,96 tỷ USD), nhập khẩu 9 triệu tấn ngô-đậu tương (trị giá hơn 4 tỷ USD). Mặc dù là nước nông nghiệp nhưng nghịch lý này tồn tại đã nhiều năm. Anh chị có nhận xét gì về các con số thống kê trên? Nếu anh chị là chủ doanh nghiệp sản xuất-kinh doanh một trong các sản phẩm: gạo; ngô; đậu tương thì anh chị có dự án sản xuất-kinh doanh gì mới?

BÀI TẬP

1.1. Một doanh nghiệp dệt có kế hoạch sản xuất 3 loại vải A, B, C. Nguyên liệu để sản xuất là các loại sợi cotton, kate, polyester. Doanh nghiệp đã chuẩn bị 3 loại nguyên liệu trên với khối lượng tương ứng là 3 tấn; 2,5 tấn; 4,2 tấn. Mức tiêu hao mỗi loại sợi để sản xuất 1m vải và giá bán (ngàn đồng/m) vải thành phẩm mỗi loại được cho trong bảng sau:

Sản phẩm Nguyên liệu(g)	A	B	C	Nguyên liệu(kg)
Cotton	200	150	100	3000
Katé	300	50	200	2500
Polyester	100	300	350	4200
Giá bán	35	48	25	

Hãy lập mô hình toán học của bài toán để lập kế hoạch sản xuất tối ưu, nghĩa là sản xuất mỗi loại vải bao nhiêu mét để tổng doanh thu của doanh nghiệp đạt được cao nhất, biết rằng với giá bán đã định thì doanh nghiệp có thể tiêu thụ được hết số sản phẩm sẽ sản xuất.

1.2. Một công ty cần vận chuyển hàng hóa từ các kho I, II với khối lượng lần lượt là 150 tấn, 120 tấn đến các đại lý A, B, C với nhu cầu cần nhập hàng lần lượt là 70 tấn, 110 tấn, 80 tấn. Cho biết chi phí vận chuyển hàng hóa (ngàn đồng/tấn) từ các kho đến các đại lý được cho trong bảng sau:

Đại lý Kho hàng	A	B	C
I	100	70	30
II	50	90	60

Hãy lập mô hình toán học (lập kế hoạch) vận chuyển hàng hóa từ các kho đến các đại lý sao cho tổng chi phí vận chuyển nhỏ nhất.

